2020.3.1 版

電気回路の要点

廣瀬文彦著

大数・小数の接頭語

大数	SI 接頭語	小数	SI 接頭語
10^3	k キロ	10^{-3}	m ミリ
10^6	M メガ	10^{-6}	μ マイクロ
10^9	G ギガ	10^{-9}	n ナノ
10^{12}	T テラ	10^{-12}	p ピコ

よく使用するギリシャ文字

数学ではよくお目見えするギリシャ文字であるがこの際覚えておきたい。

α アルファ β ベータ γ ガンマ δ デルタ Δ デルタ（δ の大文字）

ε イプシロン η イータ μ ミュー ρ ロー σ シグマ π パイ

x カイ λ ラムダ τ タウ ϕ ファイ ω オメガ

dB デシベル換算表

電圧倍数	dB 値	電力倍数	SI 接頭語
$\sqrt{2}$倍	約 3 dB	$\sqrt{2}$倍	約 1.5 dB
2 倍	約 6 dB	2 倍	約 3 dB
10 倍	20 dB	10 倍	10 dB
100 倍	40 dB	100 倍	20 dB
1000 倍	60 dB	1000 倍	30 dB
10000 倍	80 dB	10000 倍	40 dB

倍数分の一を計算するときは、dB 値をマイナスにすればよい。

例えば 1/1000 であれば、電圧では－60 dB となる。

はじめに　本書の狙い

筆者は今から 32 年前に国立大学の工学部電気系の課程を卒業したが、そもそもその課程を志望したのは電気回路を学びたかったからである。中学高校の時代より、オーディオや短波ラジオをいじるのが好きで、まずは回路を自由に読んで、自分で設計したいとおもっていた。その夢は大学時代の電気回路と電子回路の授業を通してかなえられ、卒業するころには自分で引いた回路図でアンプを作り、音出しをするなど、多いに満足することとなった。そのまま卒業研究も回路の研究をしたかったが、大学の研究室で電子回路をテーマとするところを見つけられなかった。今となってわかることだが、回路設計自体は真空管時代でほぼ確立しており、理論や LSI としての研究はあるものの、研究の最前線ではそれがどう応用されるか、産物の追求になっていたのが事情だったと思う。もちろん回路の研究をされている方もいらっしゃるので、皆無であるというわけではない。

その後筆者は、半導体薄膜合成の研究に関わり、それが今の専門につながっているが、回路の知識はずっと役立ってきた。電気回路は計測をするための基礎であり、信号をピックアップして処理してレコーディングするのに利用される。そして電気回路はエネルギー輸送の手段でもあり、プラズマの制御においても電子材料の研究者として多いに活用してきた。しかも電気回路は多方面の数学の知識を活用しており、回路問題を解くことは、行列、複素数、微分、積分、微分方程式、フーリエ級数、ラプラス変換の知識を実践する場としてこれら知識を生々しく体験する場でもある。これら数学が、工業分野で大いに役立つことは言うまでもないことである。長々と書いたが、回路を学ぶことは大いに役立つということをいいたいだけである。

この教科書を作成したのは、電気回路を学ぶ学生のため、そして社会人として回路を学びなおしたい方に手軽に役立ててほしいと思ったからである。多くの学生が電気回路を苦手としているが、それは上記数学の習得が不十分であるからである。数学の教科書を見に行かずとも、この一冊で学べるように作ってみた。

私なりの工夫として、教科書を二段組みにしている。これは視線を大きく移さなくてお読み取りやすいようにするためである。高校時代に使っていた Z 会の「物理・化学の要点」という本が二段組みで実に読みやすくの、その影響を受けたためである。本書のレベルであるが、基礎は、普段の授業に参考書に、大学院の入試の勉強にも使っていただければと思う。全国の入試問題についても例題にいれて解説していく予定である。2020 年から最初の抵抗回路から執筆をはじめ、同年夏を目標に完成させたいと考えている。

本書を執筆するにあたり、回路図作成において水魚堂の回路図エディタ Bsch（https://www.suigyodo.com/online/schsoft.htm）を活用している。作者の岡田仁史氏には快く許可をいただき、深く感謝申し上げる次第である。

2020 年 3 月 10 日

第 1 章　基礎編　~抵抗回路~

抵抗回路は電気回路の基本であり、それをもとに交流回路へと勉強が進む。多くの電気回路の計算法は抵抗回路で学ぶことができる。私の授業では、単に抵抗の計算だけではなく、電圧と電位の考え方、キルヒホッフ、テブナンの定理を、交流を勉強する前に教えることにしている。そうするのは、計算量がさほど多くない直流を主体とした回路で、これらの概念を効率よく学ぶことができるからである。肩の力を抜いて学んでほしい。

1. 抵抗とは

電気回路で抵抗(resistor, resistance)とは抵抗器のことを意味し、電流の流れを制限する機能をもつ。単位はΩ（オーム）であり、回路記号は次の通りである。四角のボックス標記でも、波線でもよい。なお抵抗の波線の山の数は 3 個でも 4 個でもよいとされている。この教科書では、波線で標記する。ボックスは日本では高校の物理の授業で使われ、大学になると急に波線に代わるため、戸惑う学生もいるようである。海外の図面ではボックスが多用されている。

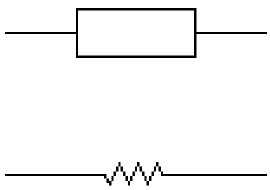
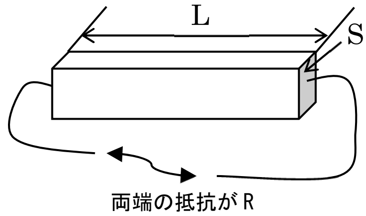


図 1　抵抗の書き方

そもそも抵抗（抵抗器）は導電性の物質、例えばカーボンなどの材料に、二対の電極を付けた構造をしており、その物質の体積抵抗率（単位長さの立方体の対する面間の抵抗）を ρ としたときに、全体の抵抗 R は、直方体を考えた場合、次のように計算される。

$$\mathrm{R}=\frac{\text{直方体の長さ（L）}}{\text{直方体の断面積（S）}}\times \rho$$



抵抗の逆数を**アドミッタンス** Y といい、その単位は S（ジーメンス）でる。

2. オームの法則

抵抗 R［Ω］に電流 I[A]が流れるときに、その両端には電圧 E[V]が発生する。このときに、次の比例式が成り立ち、これを**オームの法則**という。

$$E=R\cdot I$$

となる。ここで覚えておきたいのは電圧の向きである。**電流が入り込む方が＋、電流が出ていく方向がー**となる。この関係は当たり前であるが、混乱する学生さんがいるので、あえて書いた。なお電圧の発生の向きを図のような矢印で表すが、矢印の先が＋の電圧となる。

電流が入る方をプラスと覚える

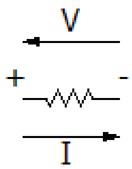


図２　電流の向きと発生する電圧の向き

このほか覚えておきたいのが**電力** P の式である。抵抗に電流を流すとジュール熱が発生し、電力消費がおこる。消費された電力量は単位が J（ジュール）となるが、単位時間の１秒当たりの電力量が電力であり、単位は W（ワット）である。抵抗回路においては、次の関係式がなりたつ。

$$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$$

3.　直列抵抗と並列抵抗の計算

抵抗が直列に接続されときの全抵抗（合成抵抗）は各抵抗の総和となる。

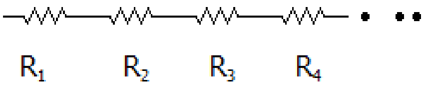


図３　直列抵抗の計算

このような場合、合成抵抗は

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \cdots$$

となる。

並列抵抗の場合、その逆数を足して、その総和の逆数が合成抵抗になる。

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \cdots$$

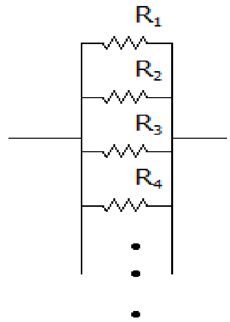
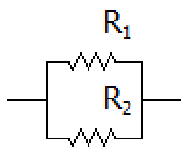


図４　並列抵抗の計算

ここで、いくつか簡単に計算を済ませるテクニックを示す。

①　二並列抵抗

いちいち逆数をとることは面倒であり、少しでも時間の短縮になるので、覚えておこう。



二並列抵抗

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

この式はそのまま覚えましょう

②　同一抵抗の式

同一の抵抗値 R_1 を持つ抵抗が、n 個直列の場合、抵抗もその n 倍となる。並列の場合は 1/n となる。

n 個直列抵抗

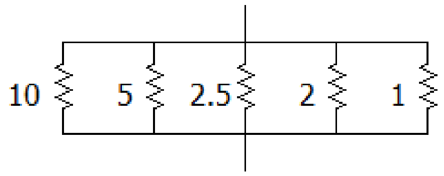
$$R = \mathrm{n}R_1$$

n 個並列抵抗

$$R = \frac{R_1}{\mathrm{n}}$$

ここまで読まれて、当たり前と思われた方も多いと思う。そう思うならつぎの練習問題をやってみてほしい。

例題１　次の合成抵抗を求めなさい。



解法）回路において、数値が直接書かれている場合、単位の明記がなくても抵抗では単位はΩである。1kΩの場合は 1k と書くので慣れていただきたい。

素直に逆数を足し算する方法で並列抵抗を計算してもよいが、計算量が多くなり、計算ミスが懸念される。その場合、電卓がないと暗算になりつらい。

考え方としては、5Ωを 10Ωの 2 本の並列と考える。2.5Ωは 4 本、2Ωは 5 本、１Ωは 10 本と考える。つまりこれら抵抗は 1（10Ωの分）＋2＋4＋5＋10 で合わせて、22 本の抵抗が並列になっているとみなし、10/22=5/11（0.455）Ωと計算できる。これは、覚えておくと得するテクニックである。

4.　電圧と電位

複雑な合成抵抗を計算する方法を教授する前に、電圧と電位について説明する。電圧とは２点間にかかっている電位差のことである。テスターでもって２端子間に針をつけて、電圧計測モードにして表示される電圧値のことである。電磁気学では、１C の電荷を、とある点から目的とする点に運ぶのに必要なエネルギー（要した仕事）が、目的とする点と元の点と間の電圧となる。

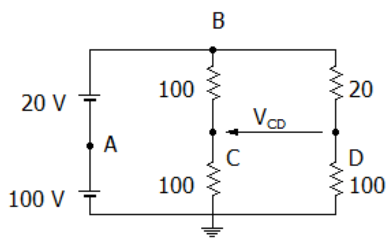
電位について説明する。基準となる点（場所）としてその部分の電位をゼロとしたときに、これを電気回路ではアース（英語で ground）という。回路では、次のような記号を使う。

左側と右側の違いであるが、左側が装置上のアース、例えば筐体のアースであり、右側が地面に落とすアースとされているが、厳密に使い分けされないことも多い。

電位は、回路におけるアースとその点との間の電圧であり、アースに対してその点がプラスの電圧であれば、プラスの電位であるといえる。つまり、テスターの黒棒がアース、赤棒をその点にさし、計測される電圧が電位となる。

電気回路では複雑な回路ほど電位を使う。これは、電位が分かれば、2 点間の電圧や電流の向きを迷わずに判断できるからである。

例題２　次の回路における、A、B、C、D 点の電位を求めなさい。また電圧 V_{CD} を求めなさい。



解説）この回路において、アースのマークが電位の基準となるので、アースでつながっている線の全部が電位０V である。A 点では＋100V の電圧がかけられており、A 点の電位 V_A は 100V である。電位 V_B は 120V となる。電位 V_C であるが、100Ωの２直列抵抗に 120V の電圧がかけられており、その半分がそれぞれの 60V にかけられている。つまり、アースに対して、100V の電圧がかけられており、V_C＝60V となる。V_D＝100V となる。（詳しくは次節で説明）

二点間の電圧は、2 点間の電位の差になる。具体的には、（測定点の電位）―（基準とみなす点の電位）になる。

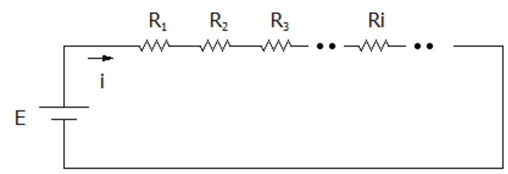
$$V_{CD} = V_C - V_D = -60V$$

ここで－の電圧がでているが、D 点に対して C 点は 60V だけ低い電圧がかかっているということになる。

少々わかりにくいが、電圧を定義するときに、〇〇点に対して、△△点の電圧という言い方をする。これはテスターの黒棒が〇〇点で、赤棒が△△点として測った電圧のことである。この場合、図では矢印で、元が電圧の基準と矢先が測定点を表す。

5. 直列回路における電圧分割の法則

電気回路は、直列回路と並列回路の組み合わせであり、各素子にかかる電圧を頻繁に計算することになる。

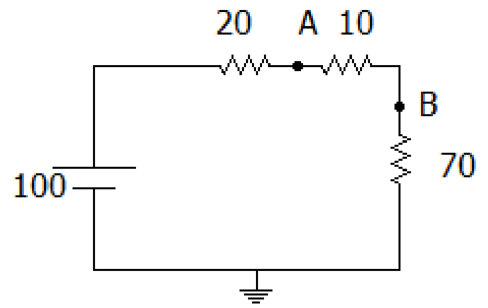


図のような回路において、直列回路においては、**各素子にかかる電圧は、印加電圧×各素子の抵抗÷全直列抵抗**になる。数式で書くとこのようになる。

$$V_i = E \times \frac{R_i}{\sum_i R_i}$$

つまり、**直列回路において各素子の電圧は、各素子の抵抗の大きさに比例して配分される**ということである。後の章で扱う、交流回路の計算においては、上記の「各素子の抵抗」を「各素子のインピーダンス」と置き換えてもらってもよい。この計算を覚えることで、いちいち直列抵抗に流れる電流を計算しなくてよいことに気付いてほしい。計算ミスを減らす有効な方法で、ぜひ使い慣れてほしい。

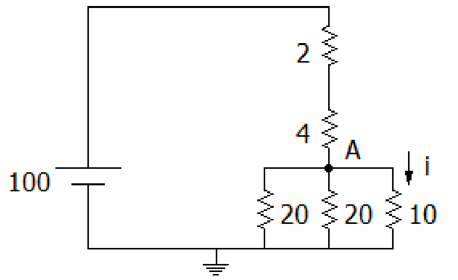
例題 3　次の回路において、A 点、B 点の電位を求めよ。



解答）

この回路は 20Ωと 10Ωと 70Ωの直列回路である。全直列抵抗は 100Ωである。70Ωの抵抗に 100V×70/100＝70V の電圧がかかり、B 点の電位は 70V となる。10Ωの抵抗には、100V×10/100＝10V の電圧がかかる。A 点はアース点に対して 70＋10V の電圧がかかり、A 点電位は 80V となる。

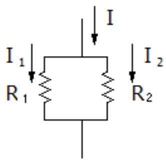
$\boxed{\text{例題 3}}$　次の回路で 10Ωに流れる電流を計算せよ。



この回路においても、直列回路における電圧分割の法則が使える。20Ω2 個と 10Ωの並列抵抗部分は、5Ωの抵抗とみなせる。そこで暗算で全抵抗が、2＋4＋5 で 11Ωと計算できる。並列抵抗部分にかかる電圧は 100V の 5/11 であるので、A 点の電位は 500/11 V となる。10Ωに流れる電流 i は <u>500/11÷10＝4.55 A</u> となる。ここに示すように、この程度の回路なら、直列回路における電圧分割の法則をつかえば、暗算で計算が可能ということである。

6. 並列回路における電流分配の法則

並列回路に電流が流れるときには、**各素子の抵抗（インピーダンス）の逆数に比例して電流は分配される**。言い換えれば、各素子のアドミッタンスに比例して電流は分配される。次のような 2 素子であれば、R_1 に分配される電流は次のように計算される。

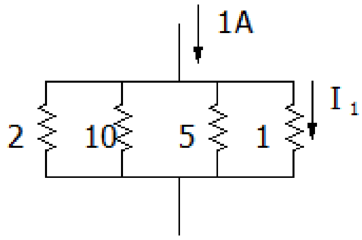


$$I_1 = I \cdot \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

この式は結果だけ覚えておいてもよい。もしたくさんの並列回路であれば、各並列の素子のアドミッタンスを足し合わせたもので各素子のアドミッタンスを割ることで電流の分配率を計算することができる。

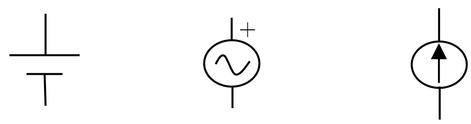
$\boxed{\text{例題 5}}$　次の並列回路において 1 Ωに流れる電流を求めよ。



この場合、角抵抗のアドミッタンス（抵抗の逆数）を足し合わせると、0.5+0.1+0.2+1=1.8 S(ジーメンス)になる。I_1＝1×1/1.8＝<u>0.556 A</u> と計算される。

7. 電圧源と電流源

電気回路における電圧源と電流源について説明しておきたい。電圧源は直流と交流の記号が異なる。交流の＋の明示であるが、瞬時の電圧や位相を数式として記載する場合は、上下どちらを基準とするかを明示するためにつけられる。定電流源は図の矢印の通りに電流を出力する。



電圧源(直流)　電圧源（交流）　定電流源

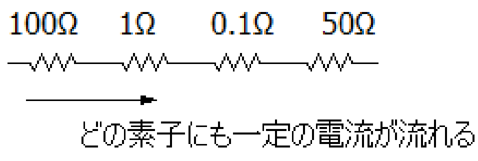
電圧源は、電気回路学ではその二端子間に決められた電圧を維持するよう、無限大の電流を供給できる能力があるとして扱われる。机上の話になるが、電圧源を短絡させた場合、電圧源は∞の電流を流すことになる。

電圧源のインピーダンス（直流の場合は抵抗）であるが、そこを流れる電流が変化しても、両端の電圧は常に一定であるので、⊿V／⊿I はゼロとなり、すなわち電圧源のインピーダンスはゼロとなる。一方、定電流源のインピーダンスは無限大である。

8.　キルヒホッフの法則

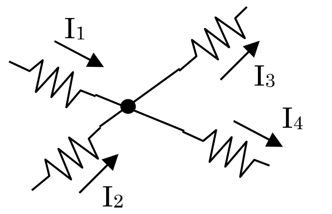
1) 電流の連続性

抵抗を含む回路素子が直列で接続されていた時に、そこを通る電流はどの素子でも一定である。図のような異なる大きさの抵抗の直列においたときに、どこを通る電流も一定である。抵抗の大きさは電流の流れにくさを示す指標であるが、直列にしたときには、どこも流れる電流は一緒である。ただし直列電流は一番流れにくいところで支配される。もし、各素子で電流が違ったら、素子の接点で電荷が溜り、その電荷が強いクーロン力で周囲の電流の流れに影響を与えて、結果的にどこも一定の電流となるように働く。



2) キルヒホッフの第一法則

回路において、電流が分岐したり合流したりする接点における電流の流れ込む総和は 0 である。



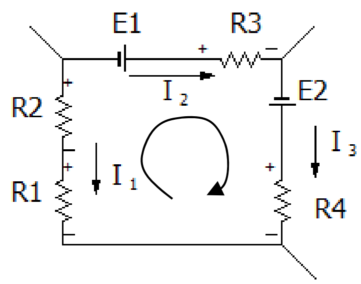
図のように 2 つの電流が接点（図では黒点）に入り、2 つの電流が接点から出ていく場合、入ってくる電流を＋とし、出ていく電流をマイナスとして足し合わせるとゼロになる。つまり、

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

の式が成り立つ。

2) キルヒホッフの第二法則

閉回路（閉ループ）において、起電力の総和と電圧降下の総和は等しい。電圧降下は抵抗やコイルなどインピーダンスに電流を流した時に、電流の流れ込む側に対して、電流が出ていく側の電位が下がるが、その電位の降下分のことを言う。

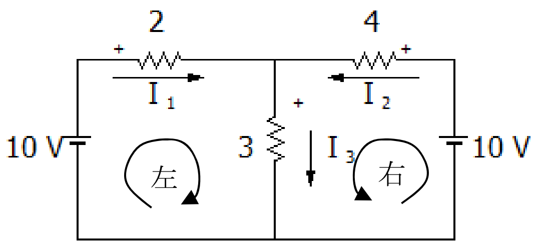


このような回路の閉ループを考える場合は、このやじる方向に電圧を足し合わ

せていくと 0 となるということである。電流の方向が定義されている場合は、抵抗では電流の流れ込む側を+としてくと電圧の方向が分かりやすい。つまり、抵抗 R_1 のとこで R_1I_1 だけ電圧が+になると考える。R_3 と R_4 の電圧降下はマイナスなので、マイナスとする。この閉ループでは次の式が成り立つ。

$$R_1I_1+R_2I_2+E_1-R_3I_2+E_2-R_4I_4 = 0$$

例題 6　次の回路で、電流 I_1 と I_2、I_3 を求めよ。



まず左ループでキルヒホッフの第二法則を適用する。わかりやすいように電流の向きによる+の部位を各抵抗に振っている。この+とは実際に定義した方向と逆に電流が流れていた場合、実際にはーの電位になるが、これは計算上＋というだけである。

（左ループ）

$$10-2I_1-3I_3 = 0$$

（右ループ）

$$10-4I_2-3I_3 = 0$$

これだけでは 3 つある電流を決定できないので、キルヒホッフ第一法則を組み入れる。

$$I_1 + I_2 = I_3$$

以上を 3 つの方程式を連立方程式として解けばよい。線形代数の知識のある方は次の行列方程式として、拡大係数行列を作成し、機械的に解けばよい。

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

これを解くと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20/13 \\ 10/13 \\ 30/13 \end{bmatrix}$$

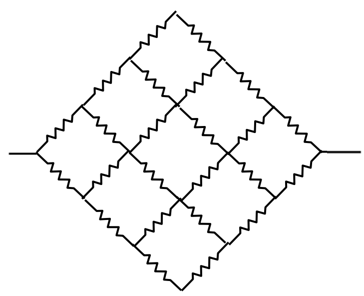
つまり、I_1＝20/13 A、I_2＝10/13 A、I_3＝30/13 A と求めらる。

キルヒホッフの法則は万能であるが、計算が多少面倒である。回路の世界ではこの法則を使わなくても簡単な方法がいくつかあり、机上で計算するのであれば最後の選択肢と考えてほしい。一方、電圧源や素子の抵抗の値が数値で与えられるのなら、表計算やプログラムを使って計算することは簡単である。

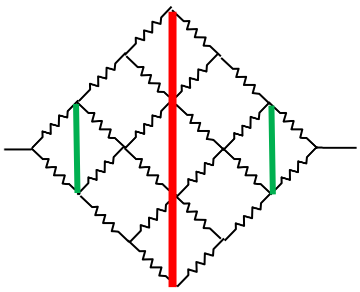
9.　複雑な回路の合成抵抗の計算事例＜発展＞

ここではいくつか事例をもって計算する手段を教授したい。

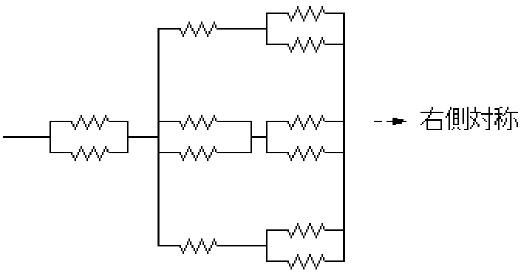
例題 7　**同電位点は接続したり開放したりしても合成抵抗に影響しない性質を活用した事例**　次の回路の合成抵抗を求めなさい。ただし一つの抵抗を 10Ω とする。



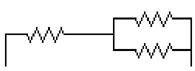
解法）このように対照的な抵抗網では、「同電位点を接続しても合成抵抗に変化はない」という性質を使う。この回路は左右対称であり、両側の端子に電圧をかけたときに、中心線を通る接点は電位が等しいと考える。つまり赤い線の接点を結んでしまう。



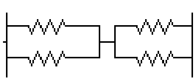
また上下の対称性を考えた場合左右の緑の部分も同電位になるのでこのように結ぶ。同電位として結んだ接点を考慮して回路を書き直すと次のようになる。



こちらの回路が左右対称に接続されていると考える。



この部分の抵抗は暗算で 15Ω と求まる。



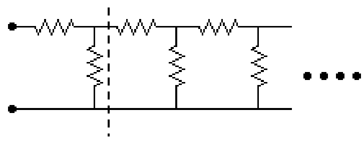
こちらは10÷2×2で10Ωである。すると、全抵抗は

$$\left(\frac{10}{2}+\frac{1}{\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}}\right)\times 2 = 18.6\ \Omega$$

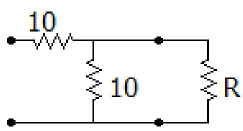
と求められる。

$\boxed{\text{例題 8}}$ **同じような回路がずっと無限につながっている事例**

図の 10Ω の抵抗が無限につながっているときに図の 2 端子間の抵抗を求めよ。



解法）上の図の点線で回路を切った場合、そこから右を見ても同じ抵抗になる。つまり求めようとする端子間の抵抗を R とした場合この回路は次のように書き換えることができる。



この回路の合成抵抗は

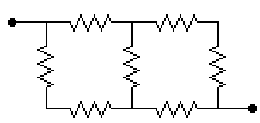
$$10+\frac{10R}{10+R}\quad=R$$

となり、これを R に等しいとする。これを解くと、

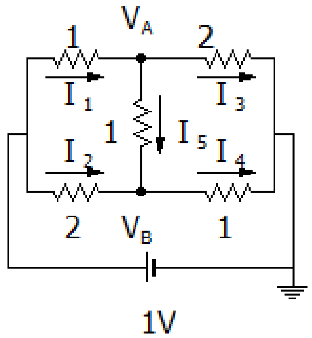
$$R = 5 + 5\sqrt{5}\ \ \Omega$$

と求められる。

$\boxed{\text{例題 9}}$ **キルヒホッフで合成抵抗を求める事例**　図の抵抗の合成抵抗を求めなさい。ただし抵抗はすべて同じ値で 1Ω とする。



（解法）このようによく計算が分からない回路の抵抗は、実際に両端に 1[V]加えたとして、各部分の電流を求めることで、合成抵抗を求めることができる。問題の回路は次のように書き直すことができる。



これで接点方程式をたてる。V_A 点と V_B 点について、電流のキルヒホッフの第一法則を適用する。

$I_1 = I_3 + I_5$

$I_2 + I_5 = I_4$

これらの式は、電位 V_A と V_B を用いて次のように書き換えることができる。

$$\frac{1-V_A}{1} = \frac{V_A-V_B}{1} + \frac{V_A}{2}$$

$$\frac{1-V_B}{2} + \frac{V_A-V_B}{1} = \frac{V_B}{1}$$

こちらの式はつぎの連立方程式に帰着する。

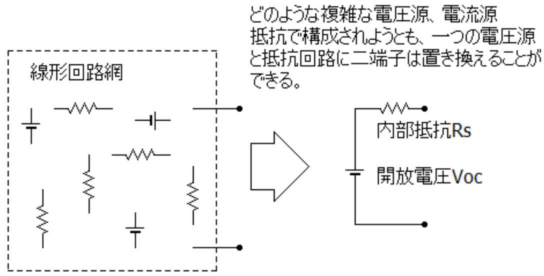
$$\begin{cases} 5V_A - 2V_B = 2 \\ 2V_A - 5V_B = -1 \end{cases}$$

これを解くと、$V_A = \frac{4}{7}$、$V_B = \frac{3}{7}$と求められ、各電流はそれぞれ次のようになる。

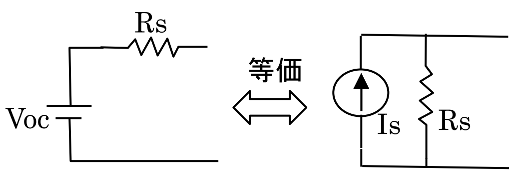
I_1＝3/7A、I_2=2/7A、 I_3=2/7A I_4=3/7A、I_5＝1/7A と求められる。I_1 と I_2 の総和は 5/7A である。１V をかけて 5/7A 流れるのだから、合成抵抗はその逆数の 7/5Ω となる。

10. 内部抵抗と開放電圧　テブナンの定理

非線形性をもたない電気回路において、二端子が形成されるときに、その**二端子間は図のように電圧源一つと内部抵抗（インピーダンス）で表すことができる**。この電圧源の値を**開放電圧**という。これは抵抗回路だけではなく、L や C を含んだ回路でも成り立つ。



この開放電圧と内部抵抗で表される回路は短絡電流源 Ｉｓ と内部抵抗で次のように書き換えることができる。



このときに、

$$I_S = \frac{V_{oc}}{R_S}$$

の関係がある。この関係は二端子間が同じ電圧になるようにと考えれば容易に導くことができる。この<u>テブナンの定理は、複雑な回路網の計算行うとき、最大電力を供給するための計算に非常に威力を発揮する</u>。ぜひこの節で理解していただきたい。

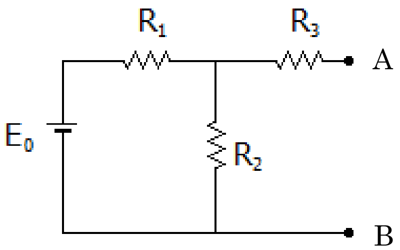
1） **開放電圧 Voc の決め方**

二端子間に何もつながっていない状態（開放状態）での二端子の電圧を開放電圧（Voc）という。Voc は Voltage of open circuit の略である。もし回路の中に複数の電圧源、電流源がある場合、**重ね合わせての原理**で解く。例題 11 を参考にしてほしい。

2) **内部抵抗の求め方**

二端子間がつながっている回路網において、**①電圧源は短絡させ、②電流源は開放**として計算される二端子間の抵抗（インピーダンス）が内部抵抗（内部インピーダンス）となる。内部抵抗の標記に Rs がしばしば用いられるが、これは直列抵抗(Series Resistance)を意味する。

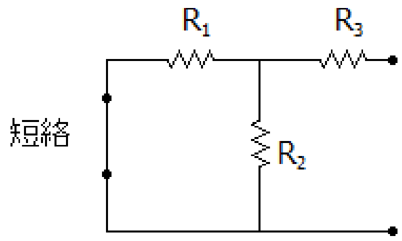
例題 10　次の回路を一つの電圧源と抵抗、また一つの電流源と抵抗を用いて表せ。



解法）まず二端子の Voc を求める。R_3 には全く電流が流れていないので、A 点の電位は R_1 と R_2 の接点と同電位になる。この点の電位は、電圧分割の法則から求め、開放電圧 Voc は次のようになる。

$$V_{OC} = E_0 \times \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{E_0 R_2}{R_1+R_2}$$

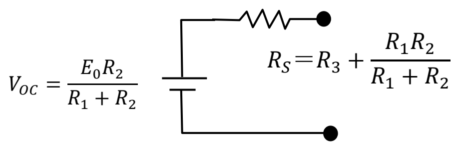
つぎに内部抵抗 Rs であるが、電圧源 E_0 を短絡させて、二端子間のインピーダンスを求める。



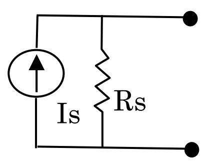
この両端の抵抗が内部インピーダンス Rs となる。

$$R_S = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}$$

でとなる。この第二項は、R_1 と R_2 の並列抵抗である。この結果はつぎのように書くことができる。



この回路はつぎのように書き換えることができる。

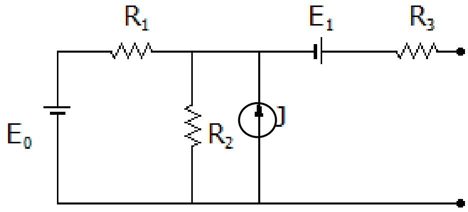


このときに、I_s は次のようになる。

$$I_S = \frac{V_{oc}}{R_S} = \frac{E_0 R_2}{(R_1+R_2)\left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\right)}$$

例題 11　**重ね合わせの原理を使って解く方法**

～複数の電源と電流源が混在する場合～



解法）

開放電圧をもとめるには、重ね合わせの原理を使う。具体的には、一つの電源のみを生かし、他を殺してそのときの開放電圧を求めることを全部の電源について行い、それぞれの開放電圧の総和をこの回路の開放電圧とする。**電源を殺す**というのは物騒な言葉であるが、よく使われる言葉で、**電圧源は短絡、電流源は開放するという意味**である。順序通り求めていこう。

1）E_0を生かし、J は開放、E_1は短絡

この時の開放電圧は、$\frac{E_0R_2}{R_1+R_2}$である。

2）J を生かし、E_0とE_1は短絡

このときは、J はR_2のみ流れるので、開放電圧はJR_2となる。

3）E_2を生かし、E_0は短絡、J は開放

この場合 E_2の電圧が二端子間にそのまま出てくるので、開放電圧はE_2となる。

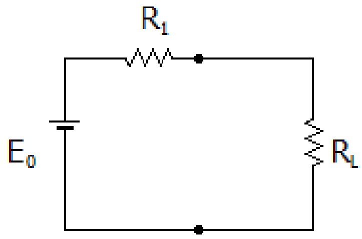
以上の結果より 1）～3）の総和が実際の開放電圧になる。V_{oc}は$\frac{E_0R_2}{R_1+R_2}+\mathrm{J}R_2+E_2$となる。

短絡電流は、すべての電源を殺して、二端子のインピーダンスを求めればよい。すなわちE_0とE_1は短絡、J は開放とすると、$R_S=R_3+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$となる。等価回路は例題 10 に示した通りになる。

テブナンの定理を使った問題を章末に掲載するので、ぜひ使いなれてほしい。

11. 電力供給最大の法則

前節で説明したように、電源を含む線形回路網からなる二端子は、たった一つ電圧源と内部抵抗で表すことができる。ここで、この二端子に抵抗からなる負荷抵抗 R_Lを付けたときに、R_Lでの消費電力 P_Lを計算して、二端子回路網からとれる電力が最大となる条件を求めてみよう。



R_Lにかかる電圧と流れる電流の積になるので、

$$P_L=\frac{E_0R_L}{R_1+R_L}\times\frac{E_0}{R_1+R_L}=\frac{{E_0}^2R_L}{(R_1+R_L)^2}$$

となる。この式を変形すると、

$$P_L=\frac{{E_0}^2}{{R_1}^2/R_L+2R_1+R_L}$$

となる。相加平均≧相乗平均とする性質から${R_1}^2/R_L+R_L$の最小値は$2\sqrt{{R_1}^2/R_L\times R_L}=$ $2R_1$となり、それがなりたつのは$R_1=R_L$ということになる。つまり分母が最小ということで、P_Lは最大になる。

つまり、二端子回路網から最大の電力を取り出す最大電力供給条件は、内部抵抗と同じ負荷をつないだ時ということになる。

＊相加平均相乗平均　2 つの実数 x、y (x>0、y>0) がある。$(x+y)/2\geq\sqrt{xy}$が成り立ち、等号が成り立つのは $x=y$ のときである。