

高校数学の復習 因数分解を使いこなす。

1. 次の値を素因数分解しなさい。

(1) 11^2+23

(2) 11^3+9^3-296 ※因数分解公式 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
 $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ を使う。

(3) 2021 平方数の差を使う。

(4) 159991 これも平方数の差を使う。

2. a と b が自然数であるときに、次の式を満たす a と b を求めよ。

$$a^2 + ab - 2b^2 = 4$$

答えは次のページ

1. 次の値を素因数分解しなさい。

(1) 直接計算しても楽だが、練習で因数分解を試みる。

$$11^2 + 23 = 11^2 + 2 \cdot 11 + 1 = (11 + 1)^2 = 12^2 = 2^4 3^2$$

(2) $11^3 + 9^3 - 296 = 11^3 + 9^3 + 1^3 - 3 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 1 = (11 + 9 + 1)(11^2 + 9^2 + 1^2 - 11 \cdot 9 - 9 \cdot 1 - 1 \cdot 11) = 21 \times 84 = 3 \times 7 \times 21 \times 4 = 2^2 3^2 7^2$

(3) $2021 = 45^2 - 4 = (45 + 2)(45 - 2) = 47 \cdot 43$

先週のインド式計算で簡単に思いつけます。

(4) $159991 = 160000 - 9 = 400^2 - 3^2 = (400 + 3)(400 - 3) = 403 \cdot 397 = 13 \cdot 31 \cdot 397$

397 は素数だが、それを判定するには $\sqrt{397} \cong 20$ より小さい素数 (1 を除く) で割り切

れないこと示せばよい。19, 17, 13, 11, 7, 5, 3, 2 で確かめる。

403 は 13 で割り切れる。

2. a と b が自然数であるときに、次の式を満たす a と b を求めよ。

整数問題は与式を因数分解するのが常套手段である。

$$a^2 + ab - 2b^2 = (a - b)(a + 2b) = 4$$

次のパターンわけができる。

$$a - b = 1, 2, 4$$

$$a + 2b = 1, 2, 4$$

しかし、あきらかに $a - b < a + 2b$ となり、

$$a - b = 1$$

$$a + 2b = 4$$

となり、 $(a, b) = (2, 1)$ となる。