第2章　コイル、コンデンサの性質

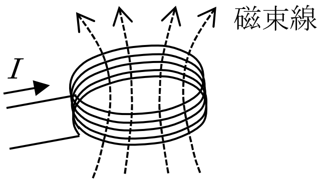
抵抗回路にだいぶページを割いてきたが、この教科書はゆっくりと交流回路に話を移していきたい。その前に代表的な線形回路素子である、コイル、コンデンサの性質について解説する。難しい数学は抜きで、まずはその性質について感覚を作っていただければ幸いである。

1．コイル（インダクタ）

コイルはインダクタとも呼ばれ、コイルに電流を流すことで、その中で磁場のエネルギーを蓄える素子である。図のようにコイルに電流を流すと、磁束線がコイルを貫くが、その磁束線数（鎖交磁束）をφとすると、

$$\varphi = LI \qquad (1)$$

がなりたつ。この係数Lがインダクタンスであり、単位はH（ヘンリー）である。



なおコイルに貯められる磁場のエネルギーUは

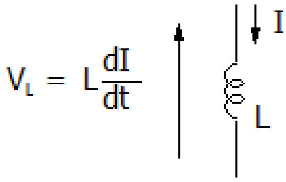
$$U = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (2)$$

である。

さて磁束線数φが時間変化すると、電磁誘導の法則でコイルに起電力が発生する。コイルの起電力をV_Lとすると次の式で表される。

$$V_L = L\frac{dI}{dt} \qquad (3)$$

となる。電磁気学の世界では、この式にマイナスをつけるが、電気回路では、電流の流れ込む方向の反対の起電力を表示している、マイナスはつけない。



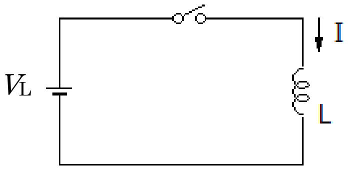
コイルの重要な性質

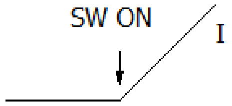
① コイルに急に電流を流すことはできない。

コイルに急激に電流を流そうとすると、逆起電力が起こって電流の突入を抑えようと働く。**コイルは急激に電流を変化させないように働く**性質がある。<u>コイルは電圧を 0V のところから急激電圧を加えても、瞬間的に電流は流れず、あたかも無限大のインピーダンスのようにふるまう</u>。これは、電流を流すということ、それに応じたエネルギーがコイルに磁場のエネルギーとして蓄えられ、エネルギーをためるには時間がかかることを意味する。次のような回路で、スイッチを ON させて電流の変化をみると、ON してから線形に電流が増加する。ステップ的に電流が増加することはない。スイッチを t＝0 のときに ON させて、コイル電流 I は

$$I = \frac{V_L}{L} t$$

と表される。





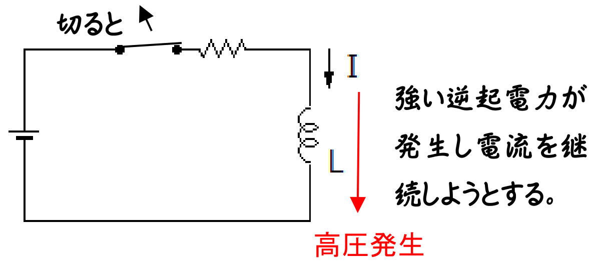
② コイルは電流が変化しない一定の状況ではインピーダンスは 0 である。

　コイル自体は導線であり、厳密には導線自体の抵抗はあるものの、理想として**定常状態にあるコイルはインピーダンス 0** であり、電圧降下は生じない。

③ コイルは流れている電流を急にゼロにすることはできない。

　先ほども述べたようにコイルは急激に電流を変化させないように内部起電力が発生する。もしコイルに図のように一定電流を流しているときにスイッチを切ると、コイル自身が非常に高い電圧を発生させて、通電を継続させようとする。実際にこれを回路で組んで実験することはしないでほしい。<u>コイル自体が非常に高い電圧を誘起し、スイッチで放電するだけではなく、感電の恐れもある。</u>

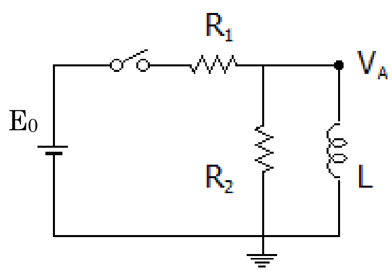
　コイル自体の起電力は(3)式で表され、電流を切るということは dI/dt 自体がマイナス∞になり、コイル自体から高圧が発生することがわかる。



④ コイルに交流電圧がかけられた場合

　これについては次の章で詳細に説明し、ここでは概要のみを書く。コイルに正弦波の交流電圧が加えられた場合、コイルに流れる電流振幅は交流電圧の振幅の２πｆL 分の一になる。f は周波数であり、２πｆ は角周波数であり、電気回路では ω と記載される。２πｆL は電流の流しにくさを表す、抵抗のようなもので、**インピーダンス**と呼ばれる。**コイルは高い周波数になればなるほど、電流を流しにくい素子**といえる。なお、**コイルを通る正弦波電流の位相は、正弦波電圧の位相に対して、π/2 だけ遅れる。**

例題 1　次の回路において、スイッチを入れたとき、そして十分に時間がたったときの、A 点の電位を求めよ。



解法）

　スイッチが ON になった瞬間、コイルにも電圧がかかるが、このときコイルは∞のインピーダンスの素子として動作す

る。つまりつながっていない状態である。このとき、V_A 点の電位は、R_1 と R_2 の抵抗分割で電位が決まる。

$$V_A = \frac{E_0 R_2}{R_1 + R_1}$$

スイッチを入れて十分に時間がたった状態は定常状態として考え、コイルのインピーダンスは０となる。つまり、コイル間の電位差は０であり、V_A＝0 となる。

2. コイルの直列・並列接続の扱い

複数のコイルを直列に接続した場合は、各々のインダクタンスの総和が、合成インダクタンスとなる。これは直列抵抗の計算と同じである。並列の場合も抵抗と同じように、各インダクタンスの逆数の総和の逆数が合成インダクタンスになる。これも抵抗と同じ扱いになる。

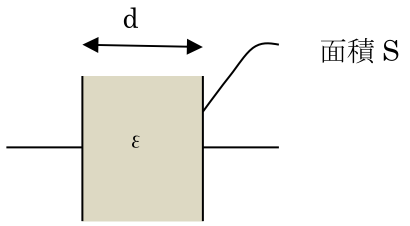
しかしながら、実際に回路を組む場合、コイルの直列、並列は用いられない。特にコイルの並列接続は殆ど使われない。それは、コイルのインダクタンスは実際にはそこを流す電流によって変化するもので、実際に直列、並列回路を作ったとしても、計算上の値にならないことの方が多いからである。直並列を使ってうまく使い所望の抵抗値やキャパシタンスを作ることはよく行うが、コイルではされないのは上記の理由による。そのためか、教科書でもコイルの直並列計算は触れられないことが多い。

２．コンデンサの性質

コンデンサは金属箔の対に均一の誘電体を挿入した構造している。このときのキャパシタンス C は次の式であらわされる。

$$\mathrm{C} = \frac{\varepsilon \mathrm{S}}{\mathrm{d}}$$

ε は誘電率、S は電極の面積、 d は電極間距離である。キャパシタンスの単位は F（ファラッド）である。



このコンデンサに電圧 V をかけた時に、コンデンサに蓄積される電荷Ｑは次の式であらわされる。

$$Q = CV \qquad (4)$$

蓄積される電荷は電流の時間積で表され、すなわち

$$Q = \int_{-\infty}^{t} i(t)dt \qquad (5)$$

で表され、次の式が成り立つ。

$$V = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t)dt \qquad (6)$$

両辺を時間微分すると次が成り立つ。

$$i(t) = C\frac{dV}{dt} \qquad (7)$$

平行平板間は電界のエネルギーが蓄積され、そのエネルギーU は、

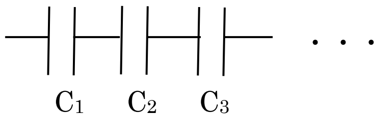
$$\mathrm{U} = \frac{1}{2}\mathrm{QV} = \frac{1}{2}\mathrm{CV}^2 \qquad (8)$$

であらわされる。このエネルギーはコンデンサに充電されたエネルギーでもある。

3. コンデンサの直列・並列接続

コンデンサの直列接続について復習しておく。コンデンサが直列に接続された

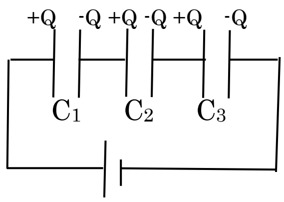
ときにその合成容量は各々の容量の逆数の和のその逆数になる。



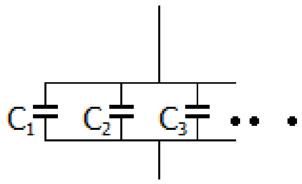
直列抵抗の合成容量の式

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+$$

一方、直列接続されてコンデンサに外部から電圧が加えられると、各コンデンサーの電荷はそれぞれの容量が異なっても、等しい値となる。

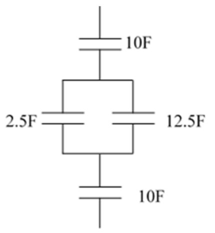


コンデンサが並列のときには、合成容量は各容量の総和になる。



$$C_T=C_1+C_2+C_3+\cdot\cdot\cdot\cdot$$

例題 2　次のコンデンサの合成容量を求めなさい。

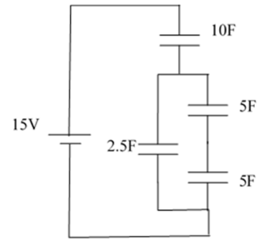


解法）　真中の並列コンデンサの容量は

12.5＋2.5＝15F

全容量を C とすると、1/C＝1/10+1/15+1/10 となり、C＝3.75F

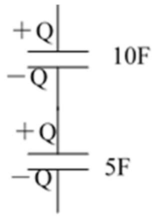
例題 3　次の回路で一番上の 10F のコンデンサの両端の電圧と、このコンデンサに貯められるエネルギーを求めなさい。



解法）まず 5F の直列容量は

(5×5)/(5＋5)＝2.5F

従って 10F 以下の部分は 2.5F＋2.5F で 5F となる。この回路は 10F と 5F の直列回路とみなせる。



図のように電荷が現れると考えると、10F の両端の電圧は Q/10、5F の両端の電圧は Q/5 となる。

$\frac{Q}{10}+\frac{Q}{5}$＝15Vより、Q＝50C

上の 10F には 50/10＝5V の電圧がかかっている。エネルギーは U＝$\frac{1}{2}$QVなので、125J となる。

コンデンサの重要な性質

① コンデンサの急に電圧をかけると低抵抗体のように大きな電流が流れる。

(7)式からも明らかなように、コンデンサに流れる電流は容量と電圧微分の積になる。電圧が急にかけられると、この微分が大きくなり、大きな電流が流れる。急峻な電圧変化の場合は、コンデンサー

は 0 Ω の導体として働く。

② **コンデンサは一定の電圧で変化しない状況では全く電流は流れない。**

一定の直流電圧をかけてしばらく置いておくと、コンデンサには全く電流が流れない。このときは∞の抵抗の状態となる。

③ **コンデンサに交流電圧がかけられた場合**

これについても次の章のメインであるが、ここでは概要のみを書く。コンデンサコイルに正弦波の交流電圧が加えられた場合、コイルに流れる電流振幅は交流電圧の振幅は２πｆC 倍になる。ｆは周波数であり、２πｆは角周波数であり、電気回路ではωと記載される。1/２πｆC は電流の流しにくさを表すインピーダンスである。**コンデンサは高い周波数になればなるほど、電流を流しやすい素子**である。なお、**コンデンサを通る正弦波電流の位相は、正弦波電圧の位相に対して、π/2 だけ進むことも覚えておきたい。**